

# Ein in Deklinations- und Inklinationsrichtung kompensiertes Rubidium-Magnetometer

Siemann, H.

Veröffentlicht in:  
Abhandlungen der Braunschweigischen  
Wissenschaftlichen Gesellschaft Band 19, 1967,  
S. 13-23



Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig

# Ein in Deklinations- und Inklinationsrichtung kompensiertes Rubidium-Magnetometer

Von H. Siemann

Vorgelegt von W. Kertz

(Eingegangen am 4. 1. 1967)

**Übersicht:** Es wird ein Variometer beschrieben, mit dem sich Änderungen des erdmagnetischen Feldes in der Totalintensität  $F$ , der Deklination  $D$  und der Inklination  $I$  mit einer Empfindlichkeit und Langzeitkonstanz von  $0,1\gamma$  digital und analog aufzeichnen lassen. Das Gerät enthält ein Rubidium-Magnetometer, das in Verbindung mit Zusatzfeldern und Regelkreisen Vektormessungen liefert.

*Summary:* A variometer is described which allows to record changes of the geomagnetic field concerning the total field intensity  $F$ , the declination  $D$ , and the inclination  $I$  with a sensitivity and long term stability of  $0,1\gamma$  digitally and analogously. The unit includes a rubidium magnetometer which supplies in connection with bias fields and feedback loops vector measurements.

## Einführung

Will man langsame Variationen des erdmagnetischen Feldes — wie zum Beispiel sonnentägige Variationen an ungestörten Tagen, die eine Amplitude in der Größenordnung von  $10\gamma$ <sup>1)</sup> haben — in Feldstationen registrieren, so braucht man dazu Magnetometer, deren Empfindlichkeit und Basiskonstanz möglichst besser als  $1\gamma$  ist. Mit klassischen Variometern und auch mit der Förstersonde läßt sich diese Forderung kaum erfüllen, weil Meßanordnungen mit solchen Instrumenten Temperaturengänge haben, die sich nicht hinreichend eliminieren lassen.

Rubidium-Magnetometer zeigen praktisch keinen Temperatureffekt, jedoch liefern sie nur die Totalintensität des erdmagnetischen Feldes. Sie lassen sich aber doch für Vektormessungen benutzen, wenn man noch Zusatzfelder zu Hilfe nimmt, die von zwei Spulen erzeugt werden, deren Achsen senkrecht aufeinander stehen und in einer Ebene normal zum Hauptfeld liegen. Ein nach diesem Prinzip arbeitendes Variometer wurde von L. R. Allredge [1], [2] entwickelt und unter dem Namen ASMO bekannt. Dieses Gerät mißt Änderungen in der Totalintensität  $F$ , der Deklination  $D$  und der Inklination  $I$ .  $D$  und  $I$  werden jedoch nicht direkt bestimmt, sondern müssen aus Messungen des durch Zusatzfelder ausgelenkten Hauptvektors berechnet werden. In der vorliegenden Arbeit wird ein Magnetometer beschrieben, das auch mit Zusatzfeldern arbeitet, bei dem man aber  $D$  und  $I$  durch Anwendung von Regelkreisen direkt bekommt.

<sup>1)</sup>  $1\gamma = 10^{-5}$  Oersted.

## Schema der Komponentenmessung mit einem Rubidium-Magnetometer in Verbindung mit Zusatzfeldern und Regelkreis

Der grundsätzliche Aufbau eines Regelkreises zur Messung der Deklination  $D$  ist in Abb. 1 dargestellt. Eine Spule, die von einem Rechteckgenerator gespeist wird, erzeugt in Richtung von  $D$  ein dem Betrage nach konstantes, aber im Vorzeichen periodisch wechselndes Zusatzfeld  $B$ , das zusammen mit dem Hauptfeld  $F$  und der Deklination  $D$  die Resultierenden  $R_+$  und  $R_-$  ergibt. Die Beträge dieser beiden Vektoren werden nun mit dem Rubidium-Magnetometer gemessen einem Regler zugeführt, der den Strom in der Kompensationsspule so lange ändert, bis  $R_+$  und  $R_-$  gleich groß geworden sind. Dann ist  $D$  vollständig kompensiert und der durch die Kompensationsspule fließende Strom ist ein direktes Maß für die Deklination.

Für die Inklination braucht man ein zweites Regelsystem, bei dem dann die Spulenchsen in die Richtung von  $I$  zeigen.

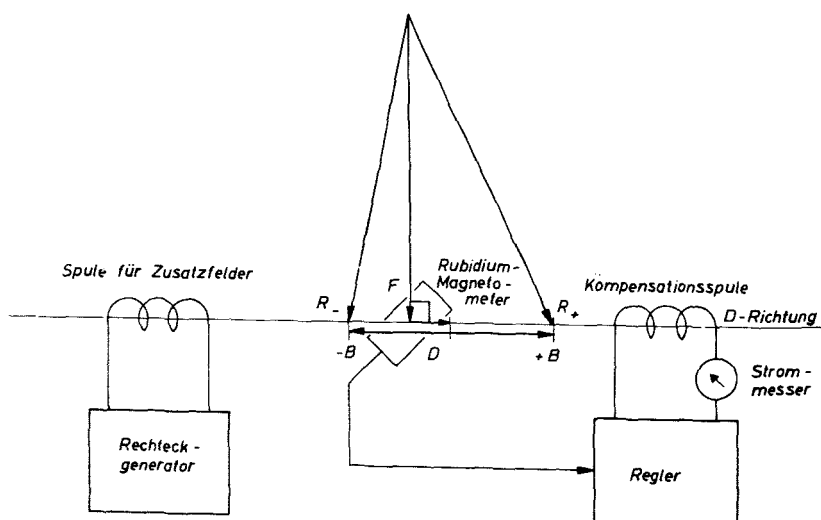
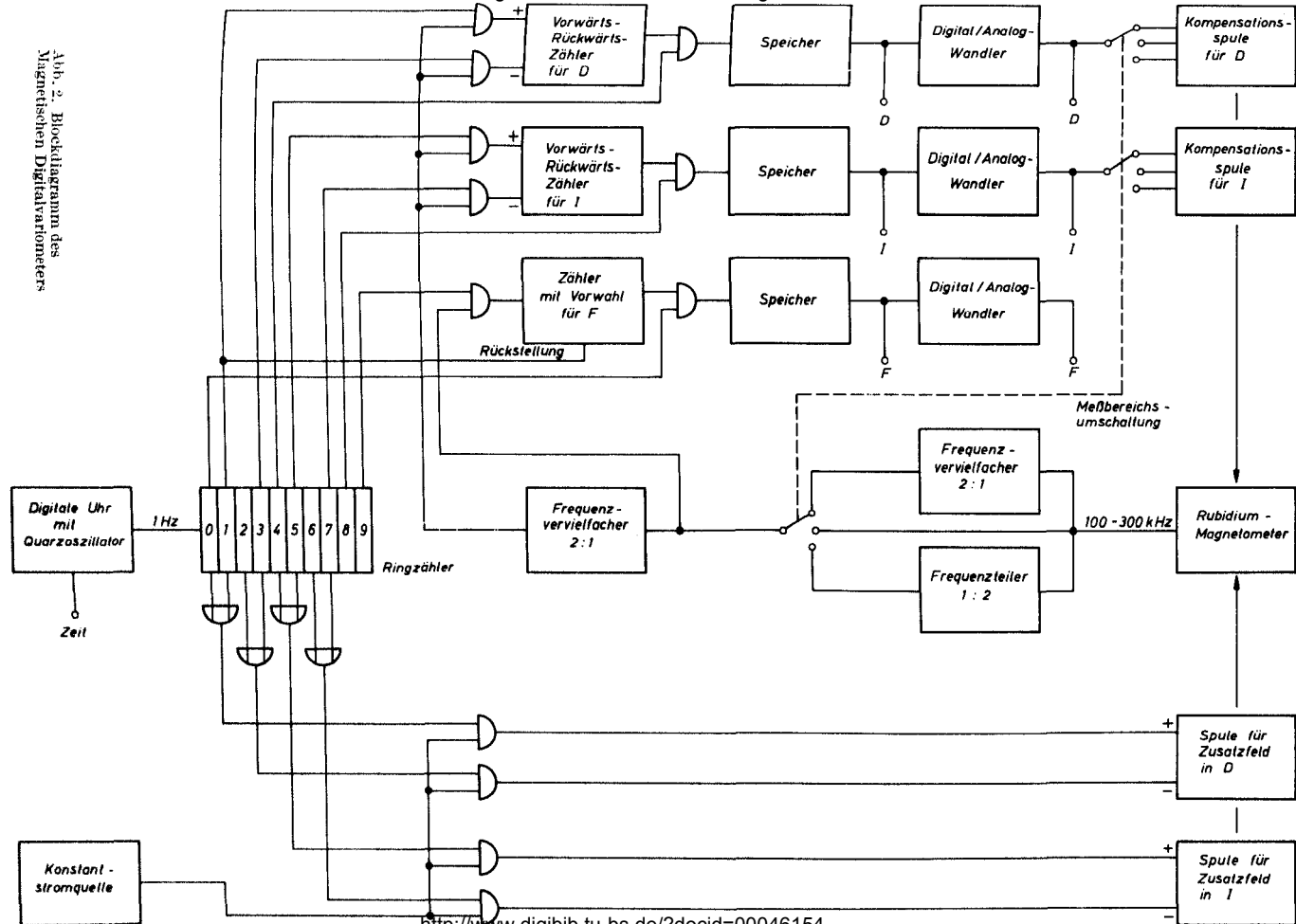


Abb. 1. Aufbau des Regelkreises zur Messung von Änderungen in der Deklination  $D$ . Die Zeichenebene ist so gelegt, daß sie sowohl  $D$  als auch den mittleren Feldvektor  $F$  enthält.

## Technischer Aufbau des Gerätes

Das Blockschaltbild auf Abb. 2 gibt einen Überblick über den Gesamtaufbau des Magnetometers. Das Gerät wird durch eine Quarzuhr gesteuert, die den 10stufigen Ringzähler nach jeweils einer Sekunde um eine Stelle weiterschaltet. Der Ringzähler steuert seinerseits wiederum über verschiedene Torschaltungen die Zusatzfelder, das vom Rubidium-Magnetometer kommende Signal und die Übergabe vom Zähler zum Speicher.

Abb. 2: Blockdiagramm des  
Magnetischen Digitalvariometers



Das Rubidium-Magnetometer liefert eine Wechselspannung, deren Frequenz dem zu messenden Magnetfeld proportional ist. Dieses Signal wird einem Zähler zugeführt, der bei  $R_+$  vorwärts, aber bei  $R_-$  rückwärts zählt. Wenn die Messung beendet ist, wird das Zählerergebnis einem Speicher übergeben und durch einen Digital/Analog-Wandler in einen Strom umgesetzt, der dann durch die Kompensationsspule fließt.

Zur Bestimmung von  $F$  wird kein Regelkreis benötigt; es genügt hier eine einfache Frequenzmessung.

Mit Hilfe von Frequenzteilern, Frequenzvervielfachern und Kompensationsspulen mit unterschiedlichen Windungszahlen kann man das Magnetometer auf verschiedene Meßbereiche umschalten.

Wenn der Ringzähler von den Steuerimpulsen durchlaufen wird, stellt sich folgender Arbeitsrhythmus ein:

#### A. Regelkreis für $D$

1. Ringzähler in Stellung 0: Zusatzfeld wird in Richtung  $+D$  eingeschaltet.
2. Ringzähler in Stellung 1: Zusatzfeld in Richtung  $+D$  bleibt eingeschaltet, Zähler  $D$  zählt vorwärts.
3. Ringzähler in Stellung 2: Der Zähler stoppt, das Zusatzfeld ändert seine Richtung von  $+D$  nach  $-D$ .
4. Ringzähler in Stellung 3: Zusatzfeld zeigt weiterhin in Richtung  $-D$ , Zähler  $D$  zählt rückwärts.
5. Ringzähler in Stellung 4: Der Zähler stoppt, das Zusatzfeld wird abgeschaltet und das Zählergebnis in den Speicher  $D$  übertragen.

#### B. Regelkreis für $I$

1. Ringzähler in Stellung 4: Zusatzfeld wird in Richtung  $+I$  eingeschaltet.
2. Ringzähler in Stellung 5: Zusatzfeld in Richtung  $+I$  bleibt eingeschaltet, Zähler  $I$  zählt vorwärts.
3. Ringzähler in Stellung 6: Der Zähler stoppt, das Zusatzfeld ändert seine Richtung von  $+I$  nach  $-I$ .
4. Ringzähler in Stellung 7: Zusatzfeld zeigt weiterhin in Richtung  $-I$ , Zähler  $I$  zählt rückwärts.
5. Ringzähler in Stellung 8: Der Zähler stoppt, das Zusatzfeld wird abgeschaltet und das Zählergebnis in den Speicher  $I$  übertragen.

#### C. Meßsystem für $F$

1. Ringzähler in Stellung 8: Alle Zusatzfelder sind abgeschaltet.
2. Ringzähler in Stellung 9: Zusatzfelder bleiben abgeschaltet, Zähler  $F$  zählt.
3. Ringzähler in Stellung 0: Der Zähler stoppt, und das Zählergebnis wird in den Speicher  $F$  übertragen.
4. Ringzähler in Stellung 1: Der Zähler wird zurückgestellt.

#### Eigenschaften der Regelkreise

Der Frequenzgang  $F(s) = F(j\omega)$  kontinuierlicher Übertragungsglieder ist das Verhältnis der Laplace-Transformierten des Ausgangssignals zur Laplace-Transformierten des Eingangssignals [3], [4].

Die Laplace-Transformation ist definiert:

$$F(s) = \int_{t=0}^{\infty} f(t) e^{-st} dt. \quad (1)$$

[5] (hier mit  $s = j\omega$ ), wobei für  $t \leq 0$   $f(t) = 0$  sein muß. Im Falle digitaler Regelung ist die Funktion  $f(t)$  pulsmoduliert, das heißt, sie ist nur zu den Zeiten  $nT$  bekannt, wobei  $T$  der Impulsabstand ist. Deshalb muß man hier die Laplace-Transformierte für Impulsfolgen  $F^*(s)$  anwenden [6].

$$F^*(s) = \sum_{n=0}^{\infty} f(nT) e^{-s(nT)}. \quad (2)$$

Führt man noch

$$e^{sT} = z \quad (3)$$

ein, so erhält man die  $z$ -Transformierte [7]

$$F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f(nT) z^{-n}, \quad (4)$$

die nun zur Beschreibung der Eigenschaften der im Magnetometer verwendeten Regelkreise benutzt werden soll.

Wenn ein digitaler Regler nur lineare Rechenoperationen ausführt (und dies ist hier der Fall), kann man sein Verhalten im Zeitbereich durch eine Rekursionsformel von der Form

$$c[nT] + b_1 c[(n-1)T] + b_2 c[(n-2)T] + \dots + b_k c[(n-k)T] = a_0 r[nT] + a_1 r[(n-1)T] + a_2 r[(n-2)T] + \dots + a_m r[(n-m)T] \quad (5)$$

beschreiben (Abb. 3) [8]. Hierin ist  $c$  die am Ausgang erscheinende Zahl und  $r$  die hereingegebene Größe.  $a_0$  bis  $a_m$  und  $b_1$  bis  $b_k$  sind Konstanten. Die mit Gl. (4) beschriebene Transformation liefert hierfür

$$D(z) = \frac{C(z)}{R(z)} = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_m z^{-m}}{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_k z^{-k}} \quad (6)$$

[9]. (Die Bezeichnung  $D(z)$  ist aus [9] übernommen und hat nichts mit der Deklination  $D$  zu tun.) Wie man sieht, läßt sich die  $z$ -Transformation für lineare Regelkreisglieder mit Hilfe eines sehr einfachen Formalismus durchführen.

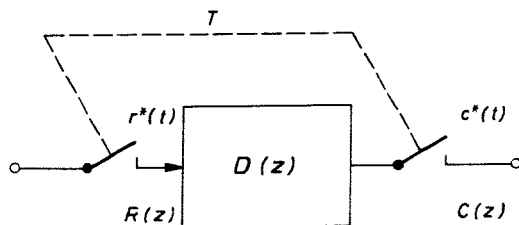


Abb. 3. Digitales Regelkreisglied. Die eingezeichneten Relais sind zu den Zeiten  $nT$  für einen Moment geschlossen. Sie sollen die diskontinuierliche Arbeitsweise des Elements deutlich machen.  $r^*(t)$  steht für  $r(nT)$  und  $c^*(t)$  für  $c(nT)$ .

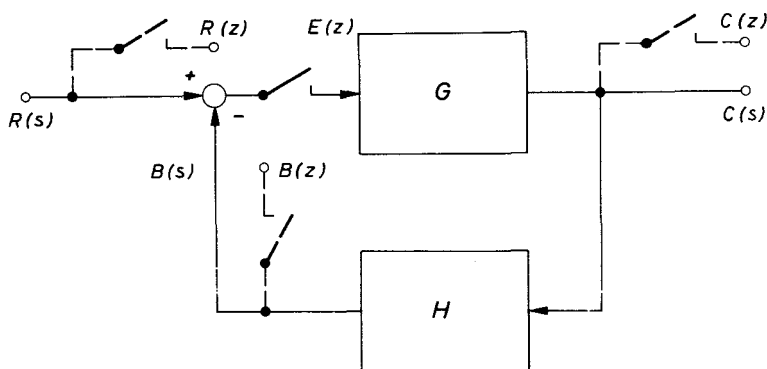


Abb. 4. Allgemeine Darstellung des digitalen Regelkreises. Die gestrichelt gezeichneten Relais sollen andeuten, daß die kontinuierlichen Funktionen  $R(s)$ ,  $C(s)$  und  $B(s)$  nur zu den Zeiten  $nT$  abgefragt werden

Abb. 4 enthält die schematische Darstellung eines Regelkreises mit der Regleinrichtung  $G$  und der Regelstrecke  $H$ . Aus der Zeichnung kann man sofort die Beziehungen

$$E(z) = R(z) - B(z), \quad (7)$$

$$B(z) = GH(z) \cdot E(z) \quad (8)$$

und

$$C(z) = G(z) \cdot E(z) \quad (9)$$

ablesen. Diese Gleichungen nach  $\frac{C(z)}{R(z)}$  aufgelöst ergeben den Frequenzgang des Regelkreises [10]

$$\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{G(z)}{1 + GH(z)}. \quad (10)$$

Bei den Regelkreisen des in  $D$  und  $I$  kompensierten Rubidium-Magnetometers bestehen Regeleinheit und Regelstrecke jeweils aus mehreren Regelkreisgliedern (Abb. 5). Es ist in diesem Falle für den digitalen Ausgang

$$G = G_M \cdot G_Z \quad (11)$$

und

$$H = G_W \cdot G_V \cdot G_{Sp} \quad (12)$$

zu setzen.

In folgendem müssen nun die Frequenzgänge der einzelnen Regelkreisglieder bestimmt werden.

Das Rubidium-Magnetometer, die Zusatzfelder und die Frequenzvervielfacher haben auf das Meßsystem keinen zeitabhängigen Einfluß.

$$G_M = K_M. \quad (13)$$

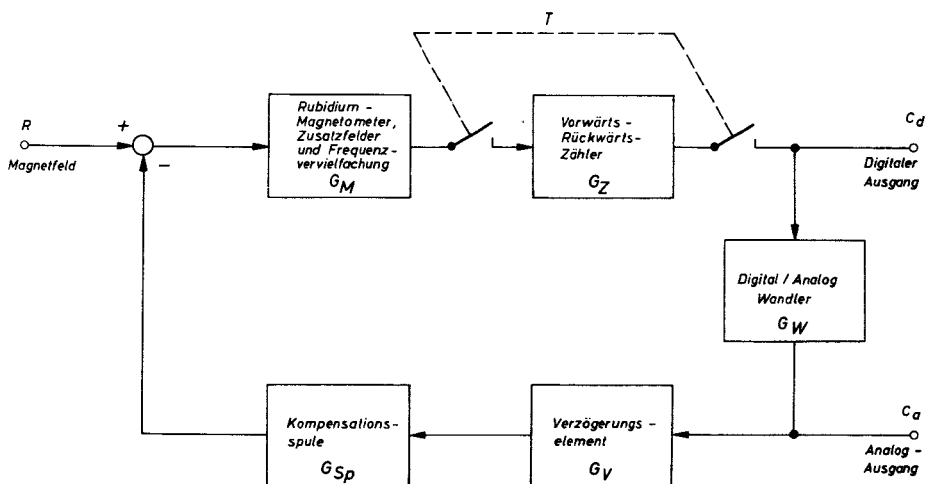


Abb. 5. Aufbau der im Digitalvariometer verwendeten Regelkreise

$K_M$  ist eine Konstante, welche die Empfindlichkeit des Rubidium-Magnetometers  $K_{Rb}$ , die Empfindlichkeit der Zusatzfeldanordnung  $K_B$  und die der Frequenzvervielfacher (bzw. des Frequenzteilers)  $K_F$  enthält.

$$K_M = K_{Rb} \cdot K_B \cdot K_F. \quad (14)$$

Für das Rubidium 85-Magnetometer gilt

$$K_{Rb} = 4,667 \frac{\text{Hz}}{\gamma}. \quad (15)$$

Die Empfindlichkeit der Zusatzfeldanordnung läßt sich aus dem Vektordiagramm in Abb. 1 ableiten:

$$R_+ - R_- = \sqrt{F^2 + (D + B)^2} - \sqrt{F^2 + (D - B)^2}. \quad (16)$$

Durch Differenzieren erhält man daraus

$$d(R_+ - R_-) = \frac{D + B}{\sqrt{F^2 + (D + B)^2}} dD - \frac{D - B}{\sqrt{F^2 + (D - B)^2}} dD, \quad (17)$$

welches für

$$D \ll F \text{ und } B \quad (18)$$

$$K_B = \frac{d(R_+ - R_-)}{dD} = 2 \frac{B/F}{\sqrt{1 + (B/F)^2}} \quad (19)$$

ergibt. Da beim Rubidium-Magnetometer das Signal verschwindet, wenn man



den zu messenden Feldvektor zu sehr aus seiner mittleren Lage herauslenkt, muß die Bedingung

$$\frac{B}{F} \leq \frac{1}{3} \quad (20)$$

oder

$$K_B \leq 0,638 \quad (21)$$

eingehalten werden [11].

$K_F$  ist auf die Werte 1, 2 und 4 umschaltbar (Abb. 2).

Für den Vorwärts-Rückwärts-Zähler gilt die Rekursionsformel

$$c_Z[nT] = c_Z[(n-1)T] + K_Z r_Z[nT] \quad (22)$$

oder

$$c_Z[nT] - c_Z[(n-1)T] = K_Z r_Z[nT] \quad (23)$$

welches mit Hilfe des durch die Gleichungen (5) und (6) beschriebenen Formalismus

$$G_Z = \frac{K_Z}{1 - z^{-1}} \quad (24)$$

ergibt. Dauert eine Zählung 1 Sekunde, so ist

$$K_Z = 1 \frac{\text{bit}}{\text{Hz}}. \quad (25)$$

Der Digital/Analog-Wandler mit der Empfindlichkeit  $K_W$  arbeitet wieder praktisch verzögerungsfrei.

$$G_W = K_W \quad (26)$$

Die Torschaltungen zwischen den Zählern und den Speichern bewirken, daß das den Regelkreis durchlaufende Signal jeweils um die Zeit  $T$  verzögert wird. Dies geschieht eigentlich schon bevor es am Ausgang erscheint. Deshalb entnimmt man die an den Ausgängen  $C_D$  und  $C_A$  erscheinende Meßgröße innerhalb eines Meßzyklus am besten erst, nachdem der Zählerstand in den Speicher übertragen wurde. Dann muß man aber die Torschaltung durch ein Verzögerungsglied darstellen, das im Regelkreis erst hinter dem Digital/Analog-Wandler wirksam wird.

Die Rekursionsformel für das Verzögerungsglied lautet

$$c_V[nT] = r_V[(n-1)T] \quad (27)$$

und dies ergibt die z-Transformierte

$$G_V = z^{-1}. \quad (28)$$

Die Kompensationsspule zeigt wiederum praktisch keine Verzögerung.

$$G_{Sp} = K_{Sp}$$

Setzt man die Frequenzganggleichungen der einzelnen Regelkreisglieder in (11) und (12) ein, so erhält man

$$G = \frac{K_M \cdot K_Z}{1 - z^{-1}} = \frac{K_G}{1 - z^{-1}} \quad (30)$$

und

$$H = K_W \cdot K_{Sp} \cdot z^{-1} = K_H \cdot z^{-1}. \quad (31)$$

Dies wiederum in (10) eingesetzt ergibt

$$\frac{C_d}{R} = \frac{K_G}{1 - (1 - K_G K_H) z^{-1}}. \quad (32)$$

Nun ist zu untersuchen, unter welchen Bedingungen der Regelkreis stabil ist. Dies ist der Fall, wenn die Wurzeln der Gleichung

$$1 + GH(z) = 0 \quad (33)$$

innerhalb des Einheitskreises liegen [12].  $G$  und  $H$  in (33) eingesetzt liefern

$$1 + K_G K_H \frac{z^{-1}}{1 - z^{-1}} = 0 \quad (34)$$

mit der Wurzel

$$z = 1 - K_G K_H. \quad (35)$$

Diese liegt innerhalb des Einheitskreises für

$$0 < K_G K_H < 2 \quad (36)$$

(Abb. 6). Setzt man Gl. (3) in (32) ein, so erhält man

$$\frac{C_d}{R}(j\omega) = \frac{K_G}{1 - (1 - K_G K_H) e^{-j\omega T}}. \quad (37)$$

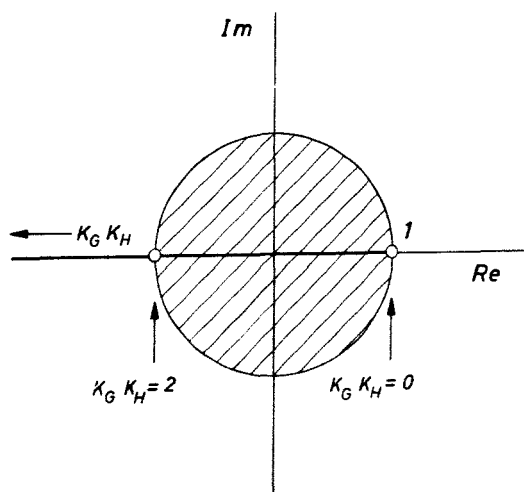


Abb. 6. Komplexe Zahlenebene mit den Wurzeln der Gleichung  $1 + GH(z) = 0$  als Funktion der Verstärkung  $K_G K_H$ . Das System ist stabil, solange die Wurzeln innerhalb des Einheitskreises liegen

Die dazugehörigen Frequenzkennlinien sind in Abb. 7 für verschiedene  $K_G K_H$  dargestellt [13].

Für

$$K_G K_H = 1 \quad (38)$$

nimmt Gl. (37) die Form

$$\frac{C_d}{R} = K_G \quad (39)$$

an, das heißt, die Meßwertanzeige wird frequenzunabhängig.

Wegen

$$\frac{C_a}{R} = K_W \frac{C_d}{R} \quad (40)$$

gelten für den digitalen und den analogen Ausgang dieselben Frequenzlinien.

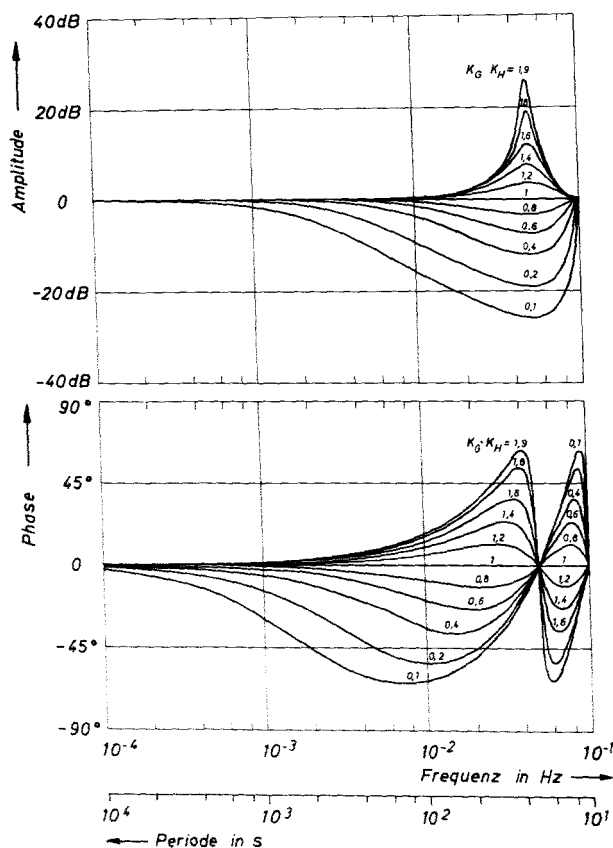


Abb. 7. Frequenzkennlinien der Regelkreise zur Messung von  $D$  und  $I$  für verschiedene Verstärkungsfaktoren  $K_G \cdot K_H$ .

Die Darstellung enthält auch den Sonderfall  $K_G \cdot K_H = 1$ , bei dem die Variationen unabhängig von ihrer Frequenz amplituden- und phasentreu wiedergegeben werden

## Empfindlichkeit und Basiskonstanz des Magnetometers

Wählt man

$$K_B = 0,5357, \quad (41)$$

so ist die Empfindlichkeit des Magnetometers je nach eingeschalteter Frequenzvervielfachung  $0,1\gamma$ ,  $0,2\gamma$  oder  $0,4\gamma$ . Bei einem vierstelligen Zähler entspricht dies den Meßbereichen  $1000\gamma$ ,  $2000\gamma$  und  $4000\gamma$ .

Für den stationären Fall, d. h.  $\omega = 0$ , wird aus Gl. (37)

$$\frac{C_d}{R} = \frac{1}{K_H} = \frac{1}{K_W \cdot K_{sp}}. \quad (42)$$

Dies zeigt, daß die Konstanz des Skalenwertes nur von der Formbeständigkeit der Kompensationsspule und der Konstanz des Digital/Analog-Wandlers abhängt.

Eine Verschiebung des Basiswertes tritt dann auf, wenn die Konstantstromquelle innerhalb eines Meßzyklus schwankt oder der Digital/Analog-Wandler driftet. Alle Bauteile können jedoch so genau angefertigt werden, daß die Langzeitkonstanz von Basis und Skalenwert besser als  $0,1\gamma$  ist.

## Literatur

- [1] *L. R. Aldredge*: A proposed automatic standard magnetic observatory. J. Geophys. Res. **65** (1960) S. 3777—3786.
- [2] *L. R. Aldredge*, und *I. Saldukas*: An automatic standard magnetic observatory. J. Geophys. Res. **69** (1964) S. 1963—1970.
- [3] DIN 19226 (Entw.) Mai 1962.
- [4] *K. Izawa*: Introduction to automatic control. Amsterdam, London, New York 1963 S. 15.
- [5] *E. M. Grabbe*, *S. Ramo*, und *D. E. Wooldridge*: Handbook of automation, computation, and control. Bd. 1, New York, London 1958 S. 9-01 — 9-21.
- [6] *J. R. Ragazzini*, und *G. F. Franklin*: Sampled data control systems. New York, Toronto, London 1958 S. 23.
- [7] Wie unter [6] S. 52—54.
- [8] Wie unter [6] S. 70.
- [9] Wie unter [6] S. 70—72.
- [10] Wie unter [6] S. 90—93.
- [11] Wie unter [2] S. 1967.
- [12] Wie unter [6] S. 105—110.
- [13] Wie unter [6] S. 110—115.